

## werkblad minimodule

---

Opgave 1.

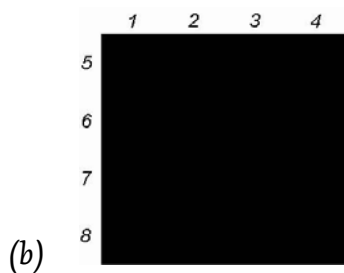
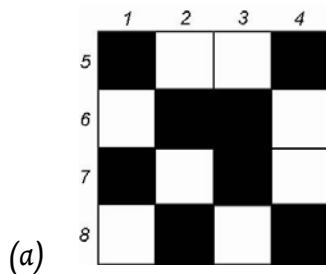
Los de roosterpuzzel hieronder op.

	A	B	C	D	E	F	G	H	J
I									
II									
III									
IV									
V									
VI									
VII									
VIII									
IX									

Van de roosterpuzzel hierboven kun je een graaf maken door de letters A t/m J en de Romeinse cijfers I t/m IX voor te stellen als punten. Als het vakje (D,VI) wit is, dan zijn de punten D en VI verbonden met een lijn. Hetzelfde geldt voor alle andere witte vakjes.

Opgave 2.

Teken naast de twee onderstaande roosterpuzzels de bijbehorende graaf:

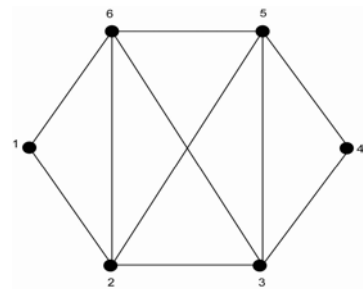


**Definitie 1: Graaf**

Een graaf  $G$  is een geordend paar  $(V,E)$  waarbij  $V$  een eindige verzameling is en  $E$  een verzameling paren uit  $V$ .

Een voorbeeld van een eindige verzameling is  $V = \{1,2,3,4,5,6\}$ . Een verzameling paren uit  $V$  kan zijn  $E = \{\{1,2\}, \{1,6\}, \{2,3\}, \{2,5\}, \{2,6\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{3,6\}, \{4,5\}, \{5,6\}\}$ . Het geordende paar  $(V,E)$  is volgens de definitie een graaf.

Je kunt je de verzameling paren als lijnen voorstellen. Een paar  $e = \{1,2\}$  is dan bijvoorbeeld de lijn die de punten 1 en 2 met elkaar verbindt. Op deze manier kun je een graaf tekenen.



De graaf  $G = (V, E)$  zoals hiernaast beschreven

Opgave 3.

Laat zien dat je elk van de onderstaande situaties als een graaf kan interpreteren. Geef telkens aan wat we kunnen opvatten als de punten verzameling, en wat we kunnen opvatten als de lijnen verzameling.

(a) Computernetwerk

.....  
.....  
.....

(b) Landkaart

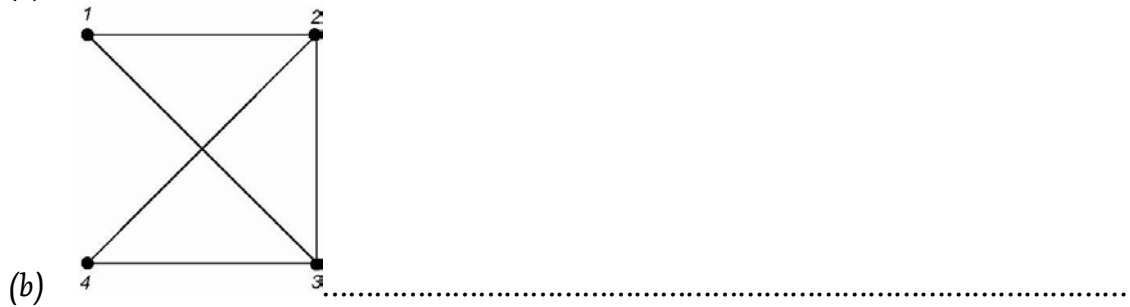
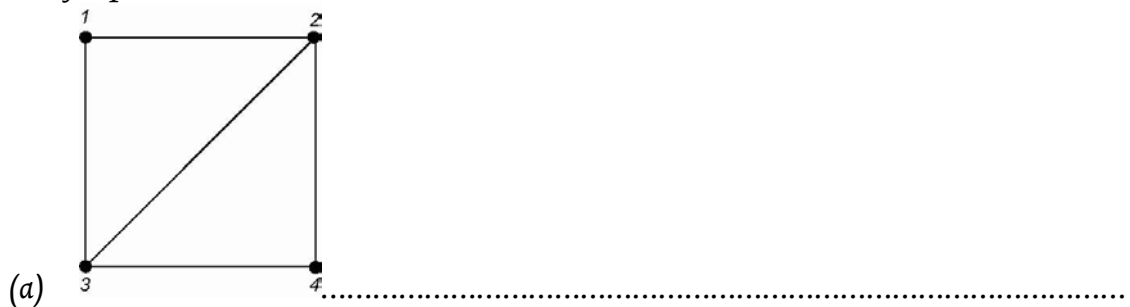
.....  
.....  
.....

(c) Soapserie

.....  
.....  
.....

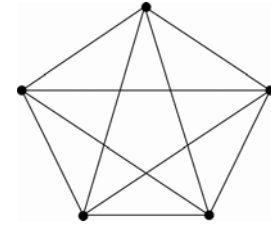
Opgave 4.

Geef de formele notatie van de onderstaande grafen. (schrijf op wat V en wat E is). Wat valt je op?



*Opgave 5.*

Kun je een graaf tekenen op 4 punten waarbij alle lijnstukken met elkaar verbonden zijn, en geen van de lijnstukken elkaar snijden? Zo nee, waarom niet? Zo ja, teken zo'n graaf. En hoe zit dat met een graaf op 5 punten waarbij alle punten met elkaar verbonden zijn?



.....

.....

.....

.....

.....

*Opgave 6.*

Hoeveel grafen op vier punten zijn er?

.....

.....

.....

.....

.....

### **Ramsey's vriendenstelling**

In elke samenkomst van zes mensen zijn er minstens drie gemeenschappelijke vrienden of drie mensen die alledrie geen vrienden van elkaar zijn.

Ramsey heeft deze stelling nog veel verder gegeneraliseerd. Je kunt op internet nog veel meer opzoeken over wat Ramsey nog meer heeft gevonden. Er is zelfs een heel vakgebied binnen de wiskunde die zich hiermee bezighoudt. Als je daar benieuwd naar bent, surf dan eens naar een van de volgende sites:

<http://nl.wikipedia.org/wiki/Ramsey-theorie>

<http://dutiaw37.twi.tudelft.nl/~kp/stukjes-pythagoras/jg44/2005-04/>

*Opgave 7.*

Gaat de stelling van Ramsey ook op voor groepen van vijf mensen?

En voor groepen van meer dan zes mensen?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

*Opgave 8.*

Waar wordt in het bewijs van Ramsey gebruik gemaakt van het *pigeonhole principle*?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Opgave 9.

Discussie vraag: Wat is de kans dat er in Amsterdam minstens twee mensen zijn met precies hetzelfde aantal haren op hun hoofd?

- (a) 0-50%
- (b) 50-99%
- (c) 100%

.....

.....

.....

.....

.....



**1. Niet iedereen heeft evenveel haren op z'n hoofd**

Opgave 10.

Beredeneer doormiddel van het *pigeonhole principle* dat de volgende beweringen juist zijn.

Geef telkens aan wat we kunnen zien als de duiven en wat we kunnen zien als de hokjes.

- (a) Er wonen in Nederland op elk moment minstens twee mensen die precies even zwaar (in hele kg), én even lang (in hele cm) én even oud (in hele jaren) zijn.

.....

.....

.....

- (b) Er zijn in Nederland minstens 500 mensen met dezelfde PIN-code.

.....

.....

.....